

Тридцать первая Всероссийская олимпиада школьников по экономике
2025/2026 год
Региональный этап
11 класс

Ответы, решения и схемы проверки

Задания состоят из четырех частей. Первые три части — тестовые, к вопросам из них нужно привести только ответы. К заданиям четвертой части нужно привести развернутые решения.

Если не сказано иного, считайте все единицы товаров, ресурсов и активов во всех заданиях бесконечно делимыми. Фирмы и люди могут быть только целыми.

Максимальное количество баллов — 100. Продолжительность — 180 минут.

Часть 1

5 вопросов, в каждом из которых среди четырех вариантов нужно выбрать единственно верный или наиболее полный ответ. Правильный ответ приносит 2 балла.

1.1. За исследование чего присуждена Нобелевская премия по экономике в 2025 г.?

- 1) Влияния минимальной заработной платы на занятость;
- 2) политики борьбы с бедностью в развивающихся странах;
- 3) структурных факторов финансовых кризисов;
- ☒ 4) связи инноваций с экономическим ростом.

Комментарий. Нобелевскую премию по экономическим наукам 2025 года получили Джоэл Мокир, Филипп Агийон и Питер Ховитт за объяснение экономического роста, основанного на инновациях.

1.2. В некоторой экономике производятся два продукта — X и Y . Альтернативные издержки производства каждого товара не убывают, точки $A(20; 60)$ и $B(30; 40)$ лежат на КПВ, а точка $C(10; 70)$ лежит под КПВ. В каких пределах будет находиться объем производства товара Y , если в экономике будет производиться только он? Выберите отрезок, в который максимальное значение Y точно попадет.

- 1) От 40 до 70;
- ☒ 2) от 70 до 100;
- 3) от 80 до 100;
- 4) от 70 до 80.

Комментарий. При неубывающих альтернативных издержках КПВ — линейная или выпуклая вверх кривая. Если КПВ линейна, ее уравнение $Y = 100 - 2X$ и максимальный Y равен 100 (так что варианты 1) и 4) не подходят), а если выпукла вверх, то меньше 100, но точно не меньше 70, поскольку доступна в производстве точка C . При этом если при производстве первых единиц X альтернативные издержки этого товара достаточно низкие, то максимальный Y может оказаться чуть больше 70, но меньше 80 (и вариант 3) не подходит).

1.3. На рынке некоторого товара есть две группы покупателей с функциями спроса $Q_{d1} = 20 - P$ и $Q_{d2} = 8 - 4P$. Чему равна максимальная выручка продавцов?

- 1) 36; 2) 39,2; **3)** 100; 4) 104.

Комментарий. Покупатели первой группы будут приобретать товар по ценам ниже 20, второй — по ценам ниже 2. Если цена не ниже 2, то выручка равна $TR_1 = (20 - P)P$, это парабола с ветвями вниз и максимумом в $P = 10$, $TR_1 = 100$. Если цена ниже 2, то выручка $TR_{1+2} = (20 - P + 8 - 4P)P = (28 - 5P)P$. Вершина этой параболы достигается при $P = 2,8$, однако это выше 2.

1.4. Фирма «Аркадия» предоставляет консультационные услуги, технология производства которых характеризуется убывающей отдачей от масштаба. В прошлом году фирма получила высокую прибыль, часть которой владелец решил реинвестировать. Перед ним стоит выбор: расширить головной офис в Москве или открыть новые филиалы в регионах (используя ту же технологию). Известно, что прирост выручки в обоих случаях ожидается одинаковый. Какой вариант следует выбрать Аркадию, если он стремится максимизировать прибыль?

- 1) Расширить головной офис в Москве;
2) открыть новые филиалы в регионах;
3) оба варианта принесут одинаковую прибыль;
4) недостаточно данных для ответа.

Комментарий. Убывающая отдача от масштаба означает, что крупное производство влечет более высокие затраты ресурсов на единицу продукции, чем мелкое. Однако в условии ничего не сказано про специфические издержки открытия филиалов в других регионах (например, исследование рынка и т.п.), цену факторов производства в этих регионах и т.п. Поэтому однозначно сказать, выгоднее ли открывать новые филиалы, нельзя.

1.5. В «Основных направлениях единой государственной денежно-кредитной политики» Банк России рассматривает четыре сценария развития экономики: «Базовый», «Проинфляционный», «Дезинфляционный» и «Рисковый». Отличия сценариев заключаются в разном соотношении факторов совокупного спроса (AD) и совокупного предложения (AS):

- «Проинфляционный»: более высокий спрос при более низком предложении (по сравнению с базовым);
- «Дезинфляционный»: более высокое предложение;
- «Рисковый»: одновременно более низкие спрос и предложение, при этом проинфляционные факторы со стороны предложения преобладают.

В каком из сценариев средняя траектория ключевой ставки, необходимой для достижения цели по инфляции, будет самой низкой?

- 1) В базовом; 2) в проинфляционном;
3) в дезинфляционном; 4) в рисковом.

Комментарий. Инфляция в России выше цели ЦБ (4 %), и, чтобы вернуть ее к цели, Банк России держит ключевую ставку на относительно высоком уровне. Проинфля-

ционный и рисковый сценарии предполагают более сильное инфляционное давление по сравнению с базовым, значит там ставка будет выше. В дезинфляционном сценарии силы спроса и предложения «помогают» ЦБ снизить инфляцию, так что там можно опустить ставку по сравнению с базовым сценарием.

Часть 2

5 вопросов, в каждом из которых среди четырех вариантов нужно выбрать все верные. Правильным ответом считается полное совпадение выбранного множества вариантов с ключом. Правильный ответ приносит 3 балла.

2.1. Несколько фирм сравнивают свои финансовые показатели за 2024 и 2025 годы. Среди представленных ниже ситуаций выберите все те, в которых на основании представленных данных невозможно однозначно определить, выросла прибыль фирмы или упала в 2025 году по сравнению с 2024-м.

- 1) Цена продукции и объем продаж фирмы А выросли в 2025 г. на 20 % по сравнению с 2024-м;
- 2) повышение цены продукта фирмы В на 20 % в 2025 г. привело к падению объема продаж на 30 %;
- 3) пытаясь привлечь новых покупателей, в 2025 г. фирма С снизила цену на 70 %, в результате чего объем продаж утроился;
- 4) в 2025 г. в результате входа на новые рынки выручка фирмы D выросла на 30 %, однако это сопровождалось увеличением общих издержек в 1,5 раза.

Комментарий. Прибыль $\pi = TR - TC$.

1) Выручка растет ($1,2 \cdot 1,2 = 1,44$), но и издержки растут (так как растет объем выпуска). Итоговый результат зависит от соотношения темпов роста.

2) Выручка падает ($1,2 \cdot 0,7 = 0,84$), но и издержки падают (выпуск сократился). Итог зависит от структуры издержек.

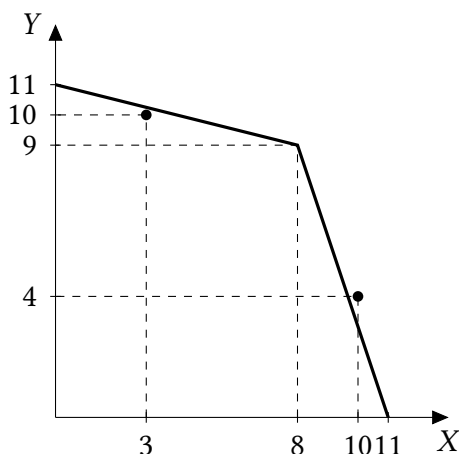
3) Выручка падает ($0,3 \cdot 3 = 0,9$), а издержки растут (выпуск вырос в 3 раза), так что прибыль точно снижается.

4) Знак изменения зависит от исходной рентабельности. Например, если $TR = 100$, $TC = 10$ ($\pi = 90$), то новые $TR = 130$, $TC = 15$ ($\pi = 115$) — рост. А если $TR = 100$, $TC = 90$ ($\pi = 10$), то новые $TR = 130$, $TC = 135$ ($\pi = -5$) — падение.

2.2. Лена и Катя вместе стряпали пирожки (X) и пирожные (Y). Производственные возможности девушек (в расчете на час) заданы линейными функциями: $Y_L = 9 - 3X$ и $Y_K = 2 - 0,25X$. Выберите все верные утверждения:

- 1) Альтернативная стоимость выпечки одного пирожка равна одному пирожному;
- 2) девушки успеют испечь за час 10 пирожных и 3 пирожка;
- 3) если необходимо состряпать 10 пирожков, то максимальное возможное количество пирожных составит 4 единицы;
- 4) альтернативная стоимость десятого пирожка равна трем пирожным.

Комментарий. Для решения нужно построить суммарную КПВ.



Сравнительное преимущество в производстве пирожков (X) имеет Катя, так как ее альтернативные издержки ниже ($0,25 < 3$). Значит, сначала X производит Катя. Она может сделать максимум 8 единиц X . В точке излома КПВ координаты: $X = 8$, $Y = 9$ (Катя делает только X , Лена — только Y). Если нужно больше 8 единиц X , подключается Лена, тогда альтернативная стоимость пирожка равна трем пирожным (ответ 1) неверен, ответ 4) верен). Из рисунка видно, что точка $(3; 10)$ лежит ниже КПВ (так что ответ 2) верен), а точка $(10, 4)$ — выше (так что ответ 3) неверен).

2.3. В экономике есть 4 агента (A, B, C, D), упорядоченные по убыванию доходов (A — самый богатый, D — самый бедный). При каких из следующих вариантов перераспределения неравенство доходов гарантированно снизится?

- 1) Агент A раздает весь свой доход поровну агентам B, C и D ;
- 2) агент D получает от каждого из A, B и C трансферт в размере 25 % их доходов;
- 3) с агентов A и D взимается 25 %-й налог, и собранные средства делятся поровну между B и C ;

4) с агентов A, B и C взимается 25 %-й налог, и налоговые сборы делятся в равных долях между A, B и C .

Комментарий. Если представить почти равномерное, но соответствующее условию распределение доходов (например, 26%, 25,5%, 24,5%, 24%), то легко видеть, что перераспределение из вариантов 1), 2), 3) увеличивает неравенство.

Вариант 4) лишь сглаживает распределение доходов между тремя агентами. Покажем это формально. Пусть исходные доходы агентов равны $a > b > c > d$, тогда после перераспределения $d' = d$, а также

$$a' = 0,75a + \frac{0,25(a + b + c)}{3}, \quad b' = 0,75b + \frac{0,25(a + b + c)}{3}, \quad c' = 0,75c + \frac{0,25(a + b + c)}{3}.$$

Из этих формул следует, что разрывы внутри тройки A – B – C сокращаются:

$$a' - b' = 0,75(a - b), \quad b' - c' = 0,75(b - c).$$

При этом сумма доходов внутри тройки сохраняется, и каждый из них остается богаче, чем агент D . Следовательно, общее неравенство сокращается.

2.4. Выберите верные при прочих равных условиях утверждения:

- 1) При появлении возможности осуществлять ценовую дискриминацию прибыль фирмы не может снизиться;
- 2) для проведения ценовой дискриминации фирме не обязательно уметь заранее отличать один тип потребителей от другого;
- 3) ценовая дискриминация законодательно запрещена в большинстве стран, поэтому практически не встречается в реальной жизни;
- 4) потребители никогда не могут выиграть от введения ценовой дискриминации по сравнению с политикой единой цены.

Комментарий. 1) Если дискриминация невыгодна, фирма просто оставит единую цену. Следовательно, прибыль точно не упадет.

2) При дискриминации 2-й степени (меню тарифов, скидки за объем) фирма не знает тип конкретного покупателя. Она создает условия (механизм самоотбора), при которых покупатели сами раскрывают свою готовность платить.

3), 4) Одна из форм ценовой дискриминации — скидки — не только не запрещена, но и встречается повсеместно и может сделать товар доступным для менее платежеспособных потребителей.

2.5. Выберите верные утверждения, касающиеся расчета валового внутреннего продукта:

- 1) Затраты фирм на закупку оборудования не включаются в ВВП, поскольку оборудование используется для производства других конечных товаров и услуг.
- 2) Государственные трансферты (например, пенсии и пособия по безработице) включаются в ВВП, так как увеличивают доходы населения.

3) Покупка акций на вторичном рынке ценных бумаг не является частью инвестиционных расходов при расчете ВВП.

4) Стоимость муки, купленной хлебозаводом для выпечки хлеба, не учитывается отдельно при расчете ВВП по расходам, чтобы избежать двойного счета.

Комментарий. Закупка оборудования считается инвестициями (I) и включается в ВВП, так как оборудование является конечным продуктом для машиностроительной отрасли (оно не потребляется полностью в одном цикле, как сырье). Государственные трансферты — это безвозмездная передача денег (перераспределение), в обмен на них не производится ни товара, ни услуги, поэтому они не включаются в ВВП. Покупка акций — это финансовая сделка (смена владельца прав собственности), при этом не создается нового продукта. Мука для хлебозавода — это промежуточный продукт: если посчитать и муку, и хлеб, стоимость муки будет учтена дважды, поэтому в ВВП входит только стоимость конечного продукта (хлеба).

Часть 3

5 вопросов с открытым ответом. В этой части будут засчитаны все правильные по смыслу ответы, в том числе ответы с соответствующими предложениями и единицами измерения или без них. Правильный ответ приносит 3 балла.

Комментарий. В этой части следует засчитывать все правильные по смыслу ответы, в том числе с соответствующими предложениями и единицами измерения. Например, в вопросе 3.1 нужно засчитать ответы «4», «4 раза», «в 4 раза».

3.1. В некоторой стране население делится на две группы: «бедные», составляющие 80% населения, и «богатые». Внутри каждой из этих групп доходы распределены равномерно (все представители одной группы получают одинаковый доход). Коэффициент Джини в стране равен 0,3. Определите, во сколько раз доход «богатого» жителя превосходит доход «бедного».

Ответ: в 4 раза

Комментарий. Кривая Лоренца при таком распределении представляет собой ломаную линию с одной точкой излома $(X; Y)$, где X — доля бедной группы в населении, а Y — их доля в совокупном доходе. Формула коэффициента Джини: $G = X - Y$. По условию, $G = 0,3$ и $X = 0,8$, так что $Y = 0,5$.

Это значит, что 80 % населения («бедные») получают 50 % всего дохода страны. Остальные 50% получают «богатые», которых вчетверо меньше, так что доход «богатого» вчетверо больше дохода «бедного».

3.2. Фирма на монопольном рынке производит 200 единиц продукции, при этом ценовая эластичность спроса при текущем объеме производства равна -3 . Известно, что функция спроса линейна, а цена падает на 2 д.е. при увеличении величины спроса на 1 единицу. Чему равна цена на рынке?

Ответ: 1200

Комментарий. Воспользуемся формулой точечной эластичности спроса по цене: $E_d = \frac{\Delta Q}{\Delta P} \cdot \frac{P}{Q}$. Фраза «цена падает на 2 д.е. при изменении количества на 1 единицу» означает, что множитель $\frac{\Delta Q}{\Delta P}$ в формуле эластичности равен $-0,5$. Подставив известные значения в формулу, получаем $P = 1200$.

3.3. С 1 января 2026 года в России повысилась ставка налога на добавленную стоимость (НДС). Некоторый производитель, продававший до этого товар по цене 9000 руб. (включая НДС), решил поднять цену так, чтобы его выручка с каждой единицы товара за вычетом налога осталась прежней. На сколько рублей будет повышена цена товара?

Ответ: на 150.

Комментарий. Поскольку производитель решил поднять цену, то он столкнулся с повышением НДС с 20 % до 22 % (льготные ставки НДС по отдельным категориям товаров в 2026 году не изменились). Найдем цену без налога при старой ставке:

$$9000 = P_{net} \cdot 1,2 \Rightarrow P_{net} = \frac{9000}{1,2} = 7500 \text{ руб.}$$

Производитель хочет сохранить $P_{net} = 7500$. Рассчитаем новую цену с учетом ставки 22 %: $P_{new} = 7500 \cdot 1,22 = 9150$ руб. Разница цен: $9150 - 9000 = 150$ руб.

3.4. Банк Гринготтс следит за соблюдением условия отсутствия арбитража в волшебном мире, чтобы его жители не могли обогащаться на разнице курсов валют. В обращении находятся три монеты: Золотые Галлеоны, Серебряные Сикли и Бронзовые Кнаты. 1 Галлеон стоит 17 Сиклей, а 1 Сикль стоит 29 Кнатов. Сколько Бронзовых Кнатов должны давать за 1 Золотой Галлеон при прямом обмене, чтобы в этой системе не возникало возможности для арбитража?

Ответ: 493

Комментарий. $1G = 17S, 1S = 29K \Rightarrow 1G = 17S \cdot 29K/S = 493K$.

3.5. Одиннадцатиклассник Иван накопил 60 000 рублей, подрабатывая летом. Он может либо купить электросамокат, который сейчас стоит ровно 60 000 рублей, прямо сейчас и кататься на нем весь год, либо положить 60 000 рублей на депозит на один год, ставка по которому равна ключевой ставке Банка России на сегодняшний день. Если за год самокат подорожает на 10 %, то сколько рублей останется у Ивана после погашения депозита и покупки самоката через год?

Ответ: 3600

Комментарий. Ключевая ставка банка России равна 16 %. Если положить 60 тыс. р. на депозит по такой ставке, то к концу срока сумма на нем составит 69 600 руб. Цена самоката при этом будет равна 66 000 руб., так что у Ивана останется 3 600 р.

Часть 4

3 задачи, полное решение каждой из которых приносит 20 баллов.

При проверке задач нужно придерживаться схем, разработанных Центральной предметно-методической комиссией (ЦПМК) по экономике и приведенных в данном документе, а также в Рекомендациях по проверке олимпиад по экономике, разработанных ЦПМК и опубликованных по адресу: <https://ILoveEconomics.ru/grading>.

Составители написали приведенные ниже решения более подробно, чем если бы им самим пришлось участвовать в олимпиаде. Данный документ содержит пояснения, примечания, альтернативные способы решений, которые предназначены исключительно для информирования жюри, а также всех, кто будет разбирать эти задачи в дальнейшем при изучении экономики и подготовке к олимпиадам. От участников не нужно требовать слишком подробного решения — в любом случае руководствуйтесь здравым смыслом и старайтесь определить, действительно ли участник понимает, как решается задача.

При этом помните, что приведенные ниже схемы проверки и обозначенные выше принципы будут применяться во всех регионах; для сопоставимости результатов необходимо следовать им максимально четко. В случае если работа участника не укладывается в предложенную схему проверки, примите решение исходя из своего опыта и справедливости.

4.1. Такси-монополист

В небольшом городе работает единственный сервис такси (платформа-монополист), соединяющий пассажиров и водителей. В дневное время рынок описывается следующими функциями:

Спрос: $Q_D = 400 - P_D$, где P_D — цена поездки для пассажира.

Предложение: $Q_S = P_S - 100$, где P_S — вознаграждение, которое получает водитель.

Сервис устанавливает тариф P_D и выплату P_S , а разницу забирает себе. Издержки сервиса нулевые.

а) (7 баллов) Найдите оптимальные для сервиса значения цены поездки (P_D) и вознаграждения водителю (P_S) в дневное время.

б) (6 баллов) В ночное время спрос сокращается в 3 раза, а предложение сокращается в 2 раза. Найдите новые оптимальные P_D и P_S .

в) (7 баллов) Вернемся к условиям дневного времени. Мэрия города решила, что цены на такси слишком высоки, и законодательно запретила устанавливать цену для пассажиров (P_D) выше 280 рублей. Какую ставку вознаграждения водителям (P_S) установит сервис в новых условиях, чтобы максимизировать прибыль? Возникнет ли на рынке дефицит машин?

Решение

а) (7 баллов) В равновесии $Q_D = Q_S = Q$. Выразим цены через количество:

$$P_D = 400 - Q$$

$$P_S = 100 + Q$$

Прибыль платформы (π) — это разница цен, умноженная на объем:

$$\pi = Q \cdot (P_D - P_S) = Q \cdot ((400 - Q) - (100 + Q))$$

$$\pi = Q(300 - 2Q) = 300Q - 2Q^2$$

Максимизируем прибыль (вершина параболы):

$$Q^* = \frac{300}{4} = 75$$

Находим цены:

- $P_D = 400 - 75 = 325$ руб.

- $P_S = 100 + 75 = 175$ руб.

б) (6 баллов) Новые функции:

- Спрос: $Q = \frac{400 - P_D}{3} \Rightarrow P_D = 400 - 3Q$.

- Предложение: $Q = \frac{P_S - 100}{2} \Rightarrow P_S = 100 + 2Q$.

Новая прибыль:

$$\pi_{night} = Q \cdot ((400 - 3Q) - (100 + 2Q)) = Q(300 - 5Q)$$

Оптимум:

$$Q_{night}^* = 30$$

Цены:

- $P_D = 400 - 3 \cdot 30 = 310$ руб.
- $P_S = 100 + 2 \cdot 30 = 160$ руб.

в) (7 баллов) Ограничение мэрии $P_D \leq 280$. Так как нерегулируемый оптимум (325) выше потолка, ограничение становится активным. Сервис установит $P_D = 280$.

Функция прибыли теперь зависит только от выбора Q (и соответствующего ему P_S), так как выручка с клиента фиксирована:

$$\pi_{reg} = Q \cdot (280 - P_S) = Q \cdot (280 - (100 + Q)) = 180Q - Q^2.$$

Оптимальное количество поездок для платформы:

$$Q_{reg}^* = 90$$

Вознаграждение водителя, необходимое для обеспечения $Q = 90$:

$$P_S = 100 + 90 = 190 \text{ руб.}$$

При $P_D = 280$ желающих поехать клиентов: $Q_D = 400 - 280 = 120$, но поездок будет только 90. Таким образом, возникнет дефицит в размере $120 - 90 = 30$ поездок.

Схема проверки

а) Пункт 1 (7 баллов):

- Составлена функция прибыли через Q : 3 балла.
- Найден объем $Q = 75$: 2 балла.
- Рассчитаны цены $P_D = 325$, $P_S = 175$: 2 балла.

б) Пункт 2 (6 баллов):

- Выведены новые обратные функции спроса/предложения: 2 балла.
- Найден объем $Q = 30$: 2 балла.
- Рассчитаны цены $P_D = 310$, $P_S = 160$: 2 балла.

в) Пункт 3 (7 баллов):

- Указано или ясно из решения, что цена для пассажиров будет равна потолку ($P_D = 280$): 1 балл.
- Записана новая функция прибыли и найден оптимум сервиса $Q = 90$: 3 балла.
- Рассчитано вознаграждение водителя $P_S = 190$: 2 балла.
- Обосновано наличие дефицита: 1 балл.

Примечание. Пункты а) и б) можно решать через максимизацию прибыли по переменной $t = P_D - P_S$, а пункт в) — по переменной P_S . Такие решения, если выполнены корректно, также оцениваются полным баллом.

4.2. Налоги, инфляция и яблоки

Фирма «ЯЯЯ» действует на конкурентном рынке и производит яблоки, используя технологию $Q = 10\sqrt{L}$, где L — количество труда, Q — выпуск в центнерах. Реальная заработная плата постоянна и равна 2, реальная цена яблок постоянна и равна 1. Оплата труда производится в начале года, а продажа урожая — в конце.

Реальная ставка процента в экономике равна 0. В стране наблюдается инфляция с темпом $\pi \geq 0$ за год (цены в конце года связаны с ценами начала года как $P_1 = P_0(1 + \pi)$).

В конце года фирма платит налог на прибыль по ставке t ($0 \leq t < 1$). Налог взимается с номинальной бухгалтерской прибыли (разницы между номинальной выручкой и номинальными издержками на оплату труда), без корректировки на инфляцию. Фирма стремится максимизировать свою реальную прибыль после налогообложения.

а) (5 баллов) Рассмотрим ситуацию стабильных цен ($\pi = 0$). Найдите оптимальный выпуск фирмы.

б) (5 баллов) Рассмотрим ситуацию отсутствия налогов ($t = 0$), но наличия инфляции ($\pi > 0$). Найдите оптимальный выпуск.

в) (10 баллов) Выведите формулу оптимального выпуска для случая $t > 0, \pi > 0$. Как выпуск зависит от ставки налога и темпа инфляции (убывает или возрастает)?

Решение

Выразим количество труда через выпуск:

$$Q = 10\sqrt{L} \Rightarrow \sqrt{L} = \frac{Q}{10} \Rightarrow L = \frac{Q^2}{100}$$

Обозначим P_0 — уровень цен в начале года.

- Номинальная зарплата ($t = 0$): $w_{nom} = 2P_0$.
- Номинальные издержки на труд: $TC_{nom} = 2P_0L$.
- Номинальная цена яблок ($t = 1$): $P_{apples} = 1 \cdot P_1 = P_0(1 + \pi)$.
- Номинальная выручка: $TR_{nom} = P_0(1 + \pi)Q$.

а) ($\pi = 0$) Если цены стабильны ($\pi = 0$), то $P_1 = P_0$. Инфляционных искажений нет. Реальная прибыль:

$$\Pi_{real} = (1 - t)(TR - TC)_{real} = (1 - t)(Q - 2L) = (1 - t)\left(Q - \frac{2Q^2}{100}\right)$$

Максимизируем по Q :

$$\Pi'_Q = (1 - t)\left(1 - \frac{4Q}{100}\right) = 0$$

Так как $t < 1$, можно сократить на $(1 - t)$:

$$1 - \frac{4Q}{100} = 0 \Rightarrow Q^* = 25$$

Ответ: 25.

б) ($t = 0, \pi > 0$) Если налогов нет, фирма максимизирует реальную прибыль:

$$\Pi_{real} = \frac{TR_{nom}}{P_1} - \frac{TC_{nom}}{P_0} = \frac{P_0(1+\pi)Q}{P_0(1+\pi)} - \frac{2P_0L}{P_0} = Q - 2L$$

(Здесь мы учли, что реальная ставка процента равна 0, поэтому реальные издержки, понесенные в начале года, просто вычитаются).

$$\Pi_{real} = Q - \frac{2Q^2}{100}$$

Максимизация дает тот же результат:

$$1 - \frac{Q}{25} = 0 \Rightarrow Q^* = 25$$

Ответ: 25.

в) Номинальная налогооблагаемая прибыль:

$$\Pi_{nom} = TR_{nom} - TC_{nom} = P_0(1+\pi)Q - 2P_0L$$

Сумма налога: $T = t \cdot \Pi_{nom}$. Реальная прибыль после налога (все номинальные потоки конца года делим на P_1 , реальные издержки начала года остаются неизменными):

$$\Pi_{real} = \frac{TR_{nom} - T}{P_1} - 2L$$

$$\Pi_{real} = Q - t \left(Q - \frac{2P_0L}{P_0(1+\pi)} \right) - 2L$$

$$\Pi_{real} = (1-t)Q + \frac{2tL}{1+\pi} - 2L = (1-t)Q - 2L \left(1 - \frac{t}{1+\pi} \right)$$

$$\Pi_{real} = (1-t)Q - 2L \left(\frac{1+\pi-t}{1+\pi} \right)$$

Подставим $L = Q^2/100$:

$$\Pi(Q) = (1-t)Q - \frac{Q^2}{50} \left(\frac{1+\pi-t}{1+\pi} \right)$$

Максимизируем по Q :

$$\Pi'_Q = (1-t) - \frac{2Q}{50} \left(\frac{1+\pi-t}{1+\pi} \right) = 0$$

$$\frac{Q}{25} \left(\frac{1+\pi-t}{1+\pi} \right) = 1-t$$

$$Q^* = 25 \cdot \frac{(1-t)(1+\pi)}{1+\pi-t}$$

Анализ зависимости:

- **От ставки налога t :** Числитель $(1 - t)$ убывает по t . Знаменатель $(1 + \pi - t)$ тоже убывает, но медленнее (так как в числителе t умножается на $1 + \pi$, а в знаменателе нет). Возьмем производную множителя $f(t) = \frac{1-t}{1+\pi-t}$. $f'(t) = \frac{-1(1+\pi-t) - (-1)(1-t)}{(1+\pi-t)^2} = \frac{-1-\pi+t+1-t}{(\dots)^2} = \frac{-\pi}{(\dots)^2} < 0$.

Вывод: С ростом налога t выпуск уменьшается.

Примечание: Это происходит потому, что из-за инфляции фирма вычитает из выручки «обесценившиеся» издержки, то есть налогооблагаемая база завышена. Чем выше ставка налога t , тем сильнее этот эффект бьет по фирме.

- **От инфляции π :** Преобразуем выражение: $Q^* = 25(1 - t) \left(1 + \frac{t}{1+\pi-t}\right)$. С ростом π знаменатель дроби $\frac{t}{1+\pi-t}$ растет, сама дробь уменьшается.

Вывод: С ростом инфляции π выпуск уменьшается.

Примечание: Это происходит потому, что инфляция превращает налог на прибыль в налог на оборотный капитал (издержки), так как не позволяет вычесть полную реальную стоимость понесенных затрат.

Схема проверки

Схема проверки

а) Пункт 1 (5 баллов)

- Составлена функция прибыли для $\pi = 0$: 2 балла.
- Верно найден оптимум $Q = 25$: 3 балла.

б) Пункт 2 (5 баллов)

- Составлена функция прибыли для $t = 0$: 2 балла.
- Верно найден оптимум $Q = 25$: 3 балла.

в) Пункт 3 (10 баллов)

- Верно записана номинальная прибыль и налог: 1 балл.
- Верно составлено уравнение реальной прибыли (с дефлированием налога или выручки): 2 балла.
- Получена итоговая формула Q^* : 1 балл.
- Верно определено направление зависимости от t (убывает): 3 балла (содержательное объяснение не требуется).
- Верно определено направление зависимости от π (убывает): 3 балла (содержательное объяснение не требуется).

Пункты а) и б) являются частными случаями пункта в). Участник мог вывести общую формулу для произвольных t и π , после чего подставить соответствующее значение. Такое решение оценивается полным баллом, если участник дает четкие ответы на пункты а) и б).

4.3. Ипотека vs Аренда

Алексей планирует улучшить жилищные условия. Он выбрал квартиру стоимостью 12 000 000 рублей. У него есть собственные накопления в размере 4 000 000 рублей. Алексей рассматривает две финансовые стратегии на горизонте 5 лет (60 месяцев):

| Стратегия А: Ипотека | Стратегия Б: Аренда |
|---|---|
| Первоначальный взнос 4 млн руб., кредит 8 млн руб. | Размещение 4 млн руб. на депозите и аренда аналогичной квартиры. |
| Ставка по кредиту: 18% годовых . Срок кредита: 10 лет . | Ставка по депозиту: 15% годовых , ежемесячное начисление с капитализацией. |
| Алексей ежемесячно в конце месяца платит банку аннуитетный платеж x . | Алексей каждый месяц платит за аренду 50 000 руб., разницу $(x - 50\,000)$ кладет на депозит. |
| Цена квартиры растет на 5% в год. | Стоимость аренды фиксирована на 5 лет. |

Прочие расходы (страховка, налоги, ремонт и т. п.) для упрощения равны нулю.

а) (4 балла) Рассчитайте размер ежемесячного платежа по ипотеке в Стратегии А.

б) (6 баллов) Оцените чистые активы Алексея через 5 лет для Стратегии А. (Чистые активы = рыночная стоимость квартиры минус остаток долга банку.)

в) (6 баллов) Оцените чистые активы Алексея через 5 лет для Стратегии Б. (Чистые активы = сумма на банковском счете.)

г) (4 балла) Какая стратегия оказалась выгоднее с точки зрения чистых активов? Назовите одну причину, которая в реальности могла бы склонить Алексея к выбору менее выгодной с этой точки зрения стратегии.

Решение

а) Параметры кредита:

- Сумма кредита (S): $12 - 4 = 8\,000\,000$ руб.
- Месячная ставка (r): $18\%/12 = 1,5\% = 0,015$.
- Срок (n): $10 \text{ лет} \times 12 = 120$ месяцев.

Рассчитаем ежемесячный платеж. Основной принцип кредитования: сумма, которую вам выдал банк сейчас ($S = 8\,000\,000$), должна быть равна сумме всех ваших будущих платежей (x), приведенных к текущему моменту времени (продисконтированных).

Составим уравнение:

$$S = \frac{x}{(1+r)^1} + \frac{x}{(1+r)^2} + \dots + \frac{x}{(1+r)^{120}}$$

$$S = x \cdot \left(\frac{1}{1+r} + \frac{1}{(1+r)^2} + \dots + \frac{1}{(1+r)^{120}} \right)$$

Выражение в скобках — это сумма геометрической прогрессии, где первый член $b_1 = \frac{1}{1,015}$, знаменатель $q = \frac{1}{1,015}$, количество членов 120. Сумма прогрессии вычисля-

ется по формуле:

$$\Sigma = \frac{b_1 \cdot (1 - q^n)}{1 - q} = \frac{\frac{1}{1,015} \cdot (1 - (\frac{1}{1,015})^{120})}{1 - \frac{1}{1,015}} = \frac{1 - (1,015)^{-120}}{1,015 - 1} = \frac{1 - (1,015)^{-120}}{0,015} \approx 55,50.$$

Найдем платеж:

$$x = \frac{8\,000\,000}{55,5} \approx 144\,144 \text{ руб.}$$

Вместо вывода геометрической прогрессии можно воспользоваться готовой формулой аннуитета:

$$x = S \cdot \frac{r(1+r)^n}{(1+r)^n - 1}$$

$$x = 8\,000\,000 \cdot \frac{0,015 \cdot (1,015)^{120}}{(1,015)^{120} - 1} \approx 144\,148$$

Результат немного отличается от расчета через прогрессию из-за округления.

б) Стоимость квартиры через 5 лет: $12\,000\,000 \cdot (1,05)^5 \approx 15\,315\,600$ руб.

Остаток долга — это текущая приведенная стоимость (PV) оставшихся платежей. Воспользуемся формулой, аналогичной выведенной в пункте а), заменив 120 на 60.

$$\text{Долг} = x \cdot \frac{1 - (1,015)^{-60}}{0,015} \approx 5\,676\,154 \text{ руб.}$$

Чистые активы: $15\,315\,600 - 5\,676\,154 = 9\,639\,446$ руб.

в) Параметры депозита: $r_{dep} = 15\%/12 = 1,25\% = 0,0125$. Срок 60 мес.

- **Ежемесячное пополнение:** Разница между ипотекой и арендой: $144\,138 - 50\,000 = 94\,138$ руб.
- **Часть 1: Рост первоначального взноса (4 млн):** $FV_1 = 4\,000\,000 \cdot (1,0125)^{60}$. $(1,0125)^{60} \approx 2,1072$. $FV_1 = 4\,000\,000 \cdot 2,1072 = 8\,428\,800$ руб.
- **Часть 2: Накопление пополнений (аннуитет):**

$$FV_2 = 94\,138 \cdot \frac{(1 + r_{dep})^{60} - 1}{r_{dep}}$$

$$FV_2 = 94\,138 \cdot \frac{2,1072 - 1}{0,0125} = 94\,138 \cdot 88,576 = 8\,338\,367 \text{ руб.}$$

- **Чистые активы:** $FV_1 + FV_2 = 8\,428\,800 + 8\,338\,367 = 16\,767\,167$ руб.

г) Стратегия Б выгоднее на $\approx 7,1$ млн рублей.

Причины, почему может быть выбрана стратегия А: риск повышения в реальности арендной платы собственником, невозможность делать ремонт «под себя», риск снижения ставок по вкладам в будущем (процентный риск), психологическая потребность в «своем угле».

Схема проверки

Во всех вычислениях в этой задаче возможны небольшие расхождения ответов с приведенными выше из-за округления; за такие расхождения баллы не снимаются.

В решении выше предполагается, что проценты на остаток по кредиту начисляются с той же периодичностью, что и выплаты по нему, что является самым простым и логичным подходом. Однако в договоре между заемщиком и банком может быть предусмотрена другая периодичность начисления процентов (например, раз в день); все такие решения должны быть засчитаны, кроме случаев, когда в виде периода начисления процентов выбран совсем нереалистичный для аннуитетной схемы (например, один раз в конце срока ипотеки).

а) Если платеж корректно посчитан по формуле аннуитетного платежа, то ставится 4 балла. Если расчет производится через формулу приведенного потока платежей, то:

- Составлена корректная формула приведенного потока с подставленными значениями из задачи: 2 балла.
- Посчитана сумма прогрессии: 1 балл.
- Получен верный ответ: 1 балл.

б) • Рассчитана будущая стоимость квартиры (15,3 млн): 2 балла.

- Рассчитан остаток долга ($\approx 5,67$ млн): 3 балла.
- Итоговые чистые активы А (9,64 млн): 1 балл.

в) • Верно рассчитана сумма экономии для инвестирования (94 138 руб.): 1 балл.

- Рассчитан сложный процент на первоначальный взнос (8,43 млн): 2 балла.
- Рассчитана будущая стоимость аннуитета пополнений (8,34 млн): 2 балла.
- Итоговые чистые активы В (16,77 млн): 1 балл.

г) • Верно определена более выгодная стратегия: 1 балл.

- Приведен адекватный нефинансовый риск: 3 балла.