9 класс

Задача №9-Е1. Греем гайку

Прежде всего необходимо определить теплоемкость системы контейнер-резистор-термометр без гайки. Закроем контейнер, вставим термометр и зафиксируем его с помощью отверстий в картонном фиксаторе. К выводам резистора подключим три последовательно соединенные пальчиковые батарейки АА. К этим же выводам подключим мультиметр в режиме вольтметра. В соответствии с примечанием к условию задачи во время нагревания системы никакие измерения проводить не будем. Нам необходимо лишь дождаться прекращения роста температуры и зафиксировать ее максимальное значение $t_{\max}$, а также напряжение на резисторе U в этот момент. Критерием прекращения роста температуры можно считать ее изменение менее чем на полградуса в течение двух минут. В авторском исполнении нагревание длилось 15-20 минут. При этом были получены следующие значения физических величин: комнатная температура $t_{к} = 25$ °C, максимальная температура в контейнере $t_{\max} = 37$ °C, напряжение на резисторе $U = 2.43$ В. В стационарном режиме количество теплоты, полученное от нагревателя за время $\Delta\tau$, равно количеству теплоты, отданному контейнером за то же время в окружающую среду (в комнату), а согласно закону Ньютона-Рихмана количество теплоты, отдаваемое нагретым телом холодному в единицу времени, пропорционально разности температур между телами

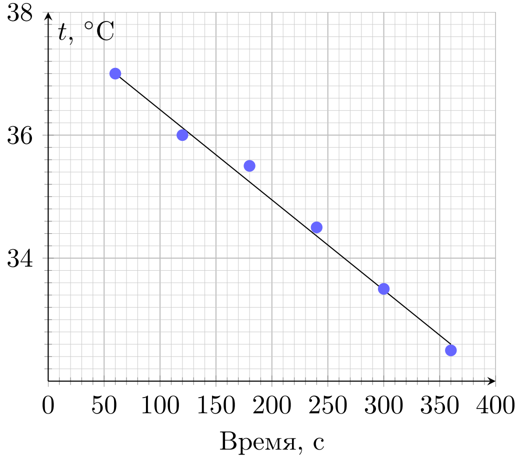
$$\frac{U^2}{R}\Delta\tau = \alpha(t_{\max} - t_{к})\Delta\tau,$$

где α – коэффициент теплоотдачи контейнера. Подставляя экспериментальные значения получаем $\alpha = 0.15$ Вт/°C. Теперь отключаем батарейку и снимаем зависимость температуры t в контейнере от времени τ в окрестности 35 градусов. График этой зависимости представлен на рисунке ниже.

τ,с	t,°C (без гайки)	t,°C (с гайкой)
60	37.0	37.0
120	36.0	36.0
180	35.5	35.5
240	34.5	35.0
300	33.5	34.5
360	32.5	33.5

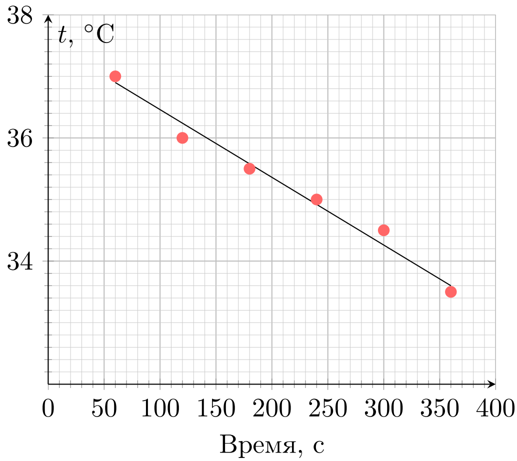
Уравнение теплового баланса

$$C_{к}\Delta t^0 = \alpha(t_{35} - t_{к})\Delta\tau,$$



где $C_к$ — теплоемкость системы контейнер-резистор-термометр без гайки. Из графика зависимости $t(\tau)$ определяем $\frac{\Delta t^0}{\Delta \tau} = 0.014$ °C/с и находим $C_к = 107$ Дж/°C. Аналогичные измерения в режиме остывания проводим при наличии гайки в контейнере. Их результаты также представлены в таблице и на рисунке ниже. Прямая остывания в этом случае идет более полого, и для нее $\frac{\Delta t^0}{\Delta \tau} = 0.011$ °C/с, а теплоемкость контейнера вместе с гайкой $C_{кг} = 136$ Дж/°C.

Теплоемкость гайки $C_г = C_{кг} - C_к = 29$ Дж/°C.



Примечание: При наличии резерва времени в процессе выполнения этого задания желательно убедиться в том, что коэффициент теплоотдачи контейнера одинаков при наличии и при отсутствии гайки в нем. Если коэффициенты теплоотдачи в этих двух случаях отличаются, то при расчете теплоемкостей следует использовать соответствующие значения коэффициентов.

Задача №9-Е2. Взвесить без весов

В авторском комплекте оборудования масса палочки $M = 1.02 \pm 0.02$ г, погрешность 2 единицы последнего разряда весов, относительная погрешность 2%.

Измерим длину палочки линейкой. Длина палочки $L = 240 \pm 1$ мм погрешность определяется ценой деления линейки, относительная погрешность 0.4%.

Определим плотность палочки с помощью силы Архимеда, для этого опустим палочку в мерный стакан и измерим длину H выступающей над водой части палочки: $H = 62 \pm 1$ мм. Длину выступающей части измерять удобнее, чем длину погруженной в воду части палочки, так как в первом случае удается расположить линейку и палочку достаточно близко друг к другу. По закону Архимеда плотность палочки:

$$\rho_\text{п} = \rho_\text{в} \cdot \frac{L - H}{L} = 1.00 \cdot \frac{240 - 62}{240} = 0.74 \text{ г/см}^3.$$

Абсолютная погрешность числителя в этой формуле составляет 2 мм, так как при сложении и вычитании абсолютные погрешности складываются. Относительная погрешность числителя $\frac{2}{240-62} = 0.011 = 1.1\%$. При делении физических величин складываются относительные погрешности. Следовательно, относительная погрешность измерения плотности $0.4\% + 1.1\% = 1.5\%$. Окончательно для плотности:

$$\rho_\text{п} = 0.74 \pm 0.01 \text{ г/см}^3.$$

Определение массы трубки методом рычага. Для определения массы трубки m с использованием правила моментов сил найдем положение y центра масс палочки (y — расстояние от края палочки, на который в дальнейшем будет надета трубка). В авторском комплекте $y = 120 \pm 1$ мм, т.е. палочка является однородной. Наденем трубку на край палочки так, чтобы их торцы совпадали (заподлицо). Длина трубки $z = 49 \pm 1$ мм. Теперь определим положение центра масс системы палочка-трубка относительно того же торца: $x = 92 \pm 1$ мм. Правило моментов для этого случая имеет вид:

$$mg\left(x - \frac{z}{2}\right) = Mg(y - x),$$

откуда:

$$m = M\frac{y - x}{x - z/2} = 0.42 \text{ г.}$$

Абсолютная погрешность числителя этой дроби 2 мм, относительная $\frac{2}{28} = 0.07 = 7\%$. Абсолютная погрешность знаменателя 1.5 мм. Относительная $\frac{1.5}{67.5} = 0.02 = 2\%$. Относительная погрешность массы трубки $2\% + 7\% + 2\% = 11\%$, $0.11 \cdot 0.420 = 0.046$ г. Окончательно

$$m = 0.42 \pm 0.05 \text{ г.}$$

Определение массы трубки с помощью силы Архимеда. Опустим палочку с надетой трубкой в мерный стакан тяжелым концом вниз. Палочка должна плавать не касаясь дна. Измерим длину h выступающей над водой части палочки $h = 42 \pm 1$ мм. Условие равновесия палочки:

$$(m + M)\, g = \rho_0 g \frac{\pi}{4} \left(D^2 z + d^2 \left(L - z - h\right)\right),$$

где D — внешний диаметр трубки на палочке, d — диаметр палочки, $(L - z - h)$ — длина части палочки без трубки, находящейся в воде. D и d определим методом прокрутки, сделав десять оборотов с помощью двух линеек:

$$10\pi d = 85 \pm 1 \text{ мм}, \qquad d = 2.71 \pm 0.03 \text{ мм},$$

относительная погрешность, $\frac{1}{85} = 0.012 = 1.2\%$,

$$10\pi D = 125 \pm 1 \text{ мм}, \; D = 3.98 \pm 0.03 \text{ мм},$$

относительная погрешность $\frac{1}{125} = 0.008 = 0.8\%$. Из условия равновесия палочки находим

$$m = \rho_0 \frac{\pi}{4} \left(D^2 z + d^2 \left(L - z - h\right)\right) - M = 0.45 \text{ г.}$$

Последовательно оценим погрешность:

- Абсолютная погрешность $(L - z - h)$ равна 3 мм. Относительная $\frac{3}{149} = 0.02 = 2\%$.
- Относительная погрешность $d^2 \left(L - z - h\right)$ равна $1.2\% + 1.2\% + 2\% = 4.4\%$. Абсолютная погрешность $d^2 \left(L - z - h\right)$ равна $2.71 \cdot 2.71 \cdot 149 \cdot 0.044 = 48$ мм^3.
- Окончательно $d^2 \left(L - z - h\right) = 1094 \pm 48$ мм^3.
- Относительная погрешность $D^2 z$ равна $0.8\% + 0.8\% + 2\% = 3.6\%$. Абсолютная погрешность $D^2 z$ равна $3.98 \cdot 3.98 \cdot 49 \cdot 0.036 = 28$ мм^3.
- Окончательно $D^2 z = 776 \pm 28$ мм^3.
- Абсолютная погрешность $\left(D^2 z + d^2 \left(L - z - h\right)\right)$ равна $28 + 48 = 76$ мм^3. Относительная погрешность $\left(D^2 z + d^2 \left(L - z - h\right)\right)$ равна $\frac{76}{776 + 1094} = 0.041 = 4.1\%$.
- Абсолютная погрешность $\rho_0 \frac{\pi}{4} \left(D^2 z + d^2 \left(L - z - h\right)\right)$ равна $1 \cdot \frac{3.14}{4} \left(1.094 + 0.776\right) \cdot 0.041 = 0.06$ г.

- Абсолютная погрешность $\rho_0\frac{\pi}{4}\left(D^2z+d^2\left(L-z-h\right)\right)-M$ (окончательного результата) равна $0.06+0.02=0.08$ г.
- Итоговое значение: $m=1\cdot\frac{3.14}{4}\left(1.094+0.776\right)-1.02=0.45$ г.

$$m=0.45\pm0.08\text{г}$$

Относительная погрешность результата, полученного с использованием силы Архимеда, равна 18%. Реальное значение массы трубки, полученное непосредственно с помощью весов $m=(0.44\pm0.02)$ г.

Шифр

$\sum$

9-E1. Греем гайку

№	Пункт разбалловки	Балл	Пр	Ап
1	Фиксация комнатной температуры	1.0		
	Определение коэффициента теплоотдачи контейнера без гайки			
2	Измерение установившейся температуры t_{max} в контейнере без гайки.	0.5		
3	Измерение напряжения на резисторе в режиме установившейся температуры в контейнере без гайки.	0.5		
4	Формула для мощности электрического нагревателя.	0.5		
5	Формула для вычисление коэффициента теплоотдачи контейнера без гайки (тепловой баланс).	0.5		
6	Числовое значение коэффициента теплоотдачи контейнера без гайки	2.0		
7	Штраф за неуказанные единицы измерения	-1.0		
	Снятие зависимости температуры от времени в режиме остывания без гайки			
8	Количество точек не менее 5	1.0		
9	Запись данных в таблицу	1.0		
10	График: размер и подпись осей	0.5		
11	График: оцифровка осей	0.5		
12	График: нанесение точек	0.5		
13	График: линия графика	0.5		
	Вычисление теплоемкости системы без гайки			
14	Формула (тепловой баланс)	0.5		
15	Угловой коэффициент касательной	0.5		
16	Найдено значение теплоемкости	1.0		
17	Штраф за неуказанные единицы измерения	-0.5		
	Определение коэффициента теплоотдачи контейнера с гайкой			
18	Измерение установившейся t_{max} температуры в контейнере с гайкой и напряжения на резисторе.	0.5		
19	Числовое значение коэффициента теплоотдачи контейнера с гайкой.	0.5		

	Снятие зависимости температуры от времени в режиме остывания с гайкой			
20	Количество точек не менее 5.	1.0		
21	Оформление таблицы	1.0		
22	График: размер и подпись осей	0.5		
23	График: оцифровка осей	0.5		
24	График: нанесение точек	0.5		
25	График: линия графика	0.5		
	Вычисление теплоемкости системы с гайкой			
26	Найдено значение теплоемкости	1.0		
27	Штраф за неуказанные единицы измерения	-0.5		
28	Теплоемкость гайки отличается от истинной не более чем на 15% — Теплоемкость гайки отличается от истинной не более чем на 30% — Теплоемкость гайки отличается от истинной не более чем на 50%	3.0 *2.0* *1.0*		
29	Штраф за неуказанные или неверные единицы измерения	-1.0		

Шифр

$\sum$

9-E2. Взвесить без весов

№	Пункт разбалловки	Балл	Пр	Ап
1.1	Измерена длина палочки L	1.0		
1.2	Описание метода определения плотности палочки $\rho_п$ (расчетная формула)	1.0		
1.3	Измерение H или аналогичной величины	0.5		
1.4	Результат для плотности попал в 10%	2.0		
	— Результат для плотности попал в 20%	*1.0*		
1.5	Штраф за неуказанные единицы измерения	-1.0		
1.6	Указана абсолютная погрешность измерения плотности	0.5		
	Определение массы кембрика с использованием правила моментов			
2.1	Описание метода, чертеж, обозначение используемых величин	0.5		
2.2	Проверка однородности палочки	0.5		
2.3	Измерение длины кембрика	0.5		
2.4	Измерение положения центра масс палочки с кембриком	0.5		
2.5	Уравнение моментов сил	1.0		
2.6	Результат для массы кембрика попал в 10%	2.0		
	— Результат для массы кембрика попал в 20%	*1.0*		
2.7	Штраф за неуказанные единицы измерения	-1.0		
2.8	Указана абсолютная погрешность измерения массы кембрика	0.5		
	Определение массы кембрика с использованием силы Архимеда			
2.9	Описание метода, чертеж, обозначение используемых величин	0.5		
2.10	Расчетная формула для условие плавания палочки	2.0		
2.11	Расчетная формула формула для массы кембрика	0.5		
2.12	Измерение h или аналогичной величины	0.5		
2.13	Измерение диаметра палочки d, методом, дающим точность не ниже 3%	1.0		
2.14	Измерение диаметра кембрика D, методом, дающим точность не ниже 3%	1.0		

2.15	Корректно оценены погрешности d и D, и их относительные величины не превышают 3%	0.5		
2.16	Результат для массы кембрика попадает в 20%	3.0		
	— Результат для массы кембрика попадает в 30%	*2.0*		
	— Результат для массы кембрика попадает в 40%	*1.0*		
2.17	Штраф за неуказанные единицы измерения	-1.0		
2.18	Корректно оценена абсолютная погрешность m	0.5		

10 класс

Задача №10-Е1. Внутренний объем трубки

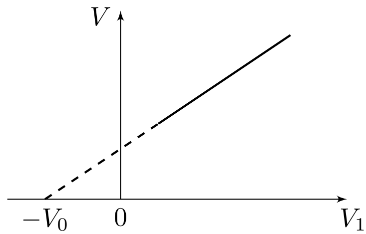
Для начала увеличим точность шкалы шприца объемом 20 мл, для этого приклеим к нему бумажную шкалу, совместив 0 шкалы шприца с основным делением бумажной шкалы. Определим цену деления приклеенной шкалы используя деления 0 и 20 мл на шкале шприца. При дальнейших измерениях будем пользоваться наклеенной шкалой. Выдвинем поршень шприца 20 мл до отметки V_1. Поршень шприца 5 мл вдвинем до упора в крайнее положение. Обратите внимание, что при перемещении поршня этого шприца в крайнее положение ощущается (даже слышен!) легкий толчок («щелчок»). Он объясняется тем, что в этом месте внутренний диаметр шприца на небольшом участке немного увеличен и поршень как бы «фиксируется» в этом положении. Для того, чтобы начать выдвигать поршень из этой точки, необходимо приложить некоторое «избыточное» усилие, которое как следует из дальнейших экспериментов с хорошей точностью является постоянным. Соединим шприцы с помощью прозрачной трубки, плотно надев ее на носик каждого шприца. Начнем плавно вдвигать поршень большого шприца до момента, когда поршень малого шприца под действием избыточного давления в трубке «выскочит» из крайнего положения и тоже придет в движение. Определим объем V_2 большого шприца, при котором это происходит. Пусть поршень в малом шприце приходит в движение при давлении в трубке, превышающем атмосферное давление P_0 на величину ΔP. Тогда по закону Бойля-Мариотта

$$P_0(V_1 + V_0) = (P_0 + \Delta P)(V_2 + V_0).$$

Здесь за V_0 обозначен внутренний объем трубки. После преобразований

$$V_1 - V_2 = \frac{\Delta P}{P_0 + \Delta P}(V_1 + V_0).$$

Если теоретическая модель верна, то при построении графика зависимости величины $\Delta V = V_1 - V_2$ от V_1 мы должны получить линейную зависимость, причем продолжение прямой $\Delta V(V_1)$ будет пересекать ось V_1 в точке $V_1 = -V_0$ (см. рисунок).



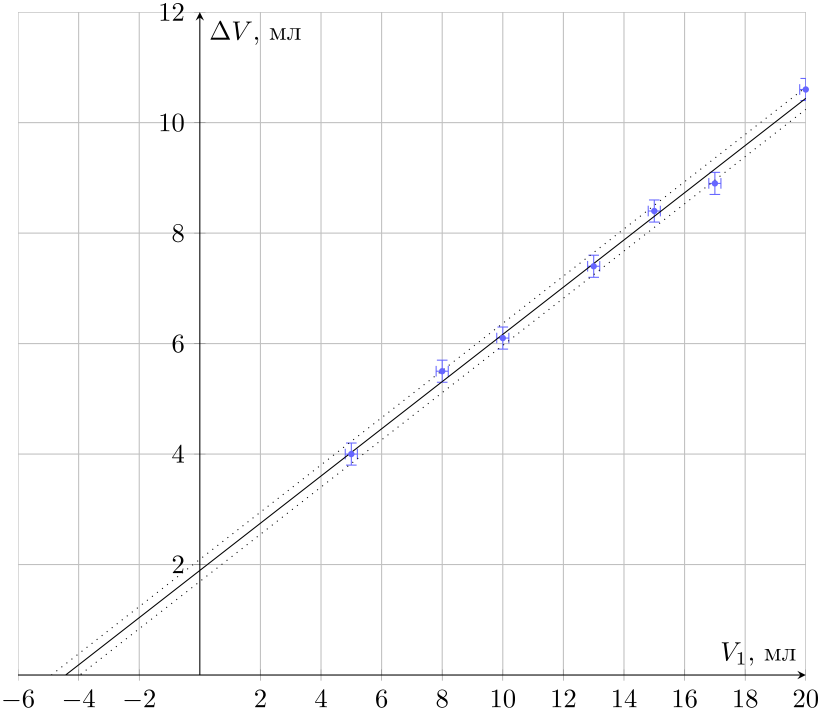
Для повышения точности каждый опыт проведем три раза с последующим усреднением результатов.

$$\Delta V_{\text{ср}} = V_1 - \frac{V_{2_1} + V_{2_2} + V_{2_3}}{3}$$

Экспериментальные данные

V_1, мл	V_{2_1}, мл	V_{2_2}, мл	V_{2_3}, мл	$\Delta V_{\text{ср}}$, мл
20.0	9.5	9.3	9.5	10.6
17.0	8.0	8.2	8.0	8.9
15.0	6.5	6.5	6.7	8.4
13.0	5.7	5.5	5.5	7.4
10.0	4.0	3.7	4.0	6.1
8.0	2.5	2.5	2.5	5.5
5.0	1.0	1.0	1.0	4.0

График $\Delta V_{\text{ср}}(V_1)$.



Продолжение графика до пересечения с осью абсцисс позволяет определить значение $V_0 \approx 4.5$ мл.

Оценим погрешность. Погрешность измерения объема равна цене деления $\Delta_V \approx 0.2$ мл. Из серии измерений видно, что разброс значений укладывается в приборную погрешность, то есть $\Delta_{V\text{приб}} \approx \Delta_{V\text{случ}}$.

Тогда

$$\Delta_{V\text{полн}} = \sqrt{\left(\frac{\Delta_{V\text{приб}}}{3}\right)^2 + \Delta^2_{V\text{случ}}} \approx \Delta_{V\text{приб}} = 0.2 \text{ мл}$$

Для оценки погрешности V_0 проведем две вспомогательные прямые, проходящие через края крестов ошибок и показывающие допустимое отклонение в V_0.

$$\Delta V_0 = \frac{V_{0\text{макс}} - V_{0\text{мин}}}{2} = \frac{5.0 - 3.8}{2} = 0.6 \text{ мл}$$

Окончательный результат $V_0 = (4.5 \pm 0.6)$ мл.

Задача №10-Е2. Серый ящик

Для начала найдем сопротивления 3, 5 и 6 резисторов. Для этого проделаем следующие опыты:

- Измерим сопротивление R_a между замкнутыми точками **БД** и замкнутыми точками **ВГ**. Полученная цепь представляет параллельное соединение 3 и 5 резисторов, поэтому $\frac{1}{R_a} = \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_5}$.
- Измерим сопротивление $R_б$ между замкнутыми точками **БГ** и точкой **В**. Полученная цепь представляет параллельное соединение 3 и 6 резисторов, поэтому $\frac{1}{R_б} = \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_6}$.
- Измерим сопротивление $R_в$ между замкнутыми точками **ВД** и точкой **Г**. Полученная цепь представляет параллельное соединение 5 и 6 резисторов, поэтому $\frac{1}{R_в} = \frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_6}$. Из первых трех опытов получим:

$$\frac{1}{R_3} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{R_а} + \frac{1}{R_б} - \frac{1}{R_в}\right),$$

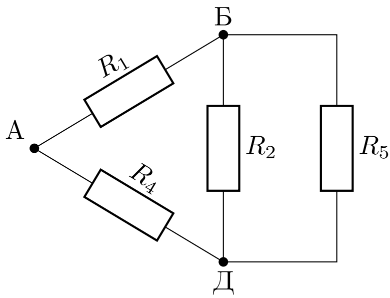
откуда найдем R_3, аналогично найдем R_5

$$\frac{1}{R_5} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{R_а} + \frac{1}{R_в} - \frac{1}{R_б}\right)$$

и R_6

$$\frac{1}{R_6} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{R_в} + \frac{1}{R_б} - \frac{1}{R_а}\right).$$

- Теперь соединим вместе точки **Б**, **В** и **Г**. Получим треугольник из резисторов, две стороны треугольника представлены резисторами 1 и 4, а третья — параллельным соединением резисторов 2 и 5. Важно выбрать именно такой вариант, так как измеряя сопротивления между различными парами выводов можно определить, что сопротивления резисторов 1, 2 и 4 заметно меньше остальных. Для повышения точности к резистору 2 нужно присоединить параллельно максимально сравнимый с ним, то есть обладающий наименьшим сопротивлением из оставшихся. Получим эквивалентную схему:



Дополнительно соединим точки **Б** и **Д** и измерим сопротивление R_x между ними и точкой **А**.

$$\frac{1}{R_x} = \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_1}$$

- Вместо **Б** и **Д** соединим **Б** и **А** и измерим сопротивление R_y между ними и точкой **Д.**

$$\frac{1}{R_y} = \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_5}.$$

- Вместо **Б** и **А** соединим **Д** и **А** и измерим сопротивление R_z между ними и точкой **Б.**

$$\frac{1}{R_z} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_5}.$$

- Теперь можно вычислить оставшиеся сопротивления.

$$\frac{1}{R_1} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{R_x} + \frac{1}{R_z} - \frac{1}{R_y}\right),$$

аналогично

$$\frac{1}{R_4} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{R_x} + \frac{1}{R_y} - \frac{1}{R_z}\right)$$

и

$$\frac{1}{R_2} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{R_z} + \frac{1}{R_y} - \frac{1}{R_x}\right) - \frac{1}{R_5}.$$

- Для определения какие выводы нужно соединить, чтобы получить 167 Ом, рассчитаем для каждого резистора величину обратную его сопротивлению и посмотрим какие из них дают в сумме $\frac{1}{167}$ Ом$^{-1}$. Из полученных значений следует, что идеально подходят R_1 и R_2. То есть требуется соединить точки **А**, **В**, **Г** и **Д** и измерять сопротивление между ними и точкой **Б**. Также можно заметить, что число очень близкое к 167 Ом, мы получили при измерении R_z.
- Оценим погрешность. Погрешность измеряемых сопротивлений составляет 1%, тогда и погрешность величин, обратных к измеренным сопротивлениям тоже составляет 1%. Вычислим абсолютные погрешности величин $1/R$ по формуле $\Delta\left(\frac{1}{R}\right) = \frac{\varepsilon(R)}{R}$. При сложении величин складываются их абсолютные погрешности, поэтому

$$\Delta\left(\frac{1}{R_1}\right) = \frac{1}{2}\left(\Delta\left(\frac{1}{R_x}\right) + \Delta\left(\frac{1}{R_y}\right) + \Delta\left(\frac{1}{R_z}\right)\right).$$

Тогда $\varepsilon\left(R_1\right) = \varepsilon\left(\frac{1}{R_1}\right) = \Delta\left(\frac{1}{R_1}\right) R_1$, соответственно $\Delta\left(R_1\right) = \Delta\left(\frac{1}{R_1}\right) R_1^2$. Для остальных сопротивлений погрешность вычисляется аналогично.

Измерения и расчеты (Авторские значение могут отличаться от выданного вам оборудования).

Что измеряли	Значение, кОм	R^{-1}, кОм$^{-1}$	$\Delta(R^{-1})$, кОм$^{-1}$
$R_{\text{а}}$	12.53	0.0798	0.000798
$R_{\text{б}}$	24.9	0.0402	0.000402
$R_{\text{в}}$	16.69	0.0599	0.000599
R_x	0.1239	8.0710	0.080710
R_y	0.242	4.1322	0.041322
R_z	0.1645	6.0790	0.060790

Что вычислили	Значение, кОм	ΔR, кОм	Ответ, кОм
R_1	0.199	0.004	0.199 ± 0.004
R_2	0.979	0.09	0.98 ± 0.09
R_3	33.5	1.0	34 ± 1
R_4	0.326	0.01	0.33 ± 0.01
R_5	20.5	0.4	20.5 ± 0.4
R_6	97.1	8	97 ± 8

Как видно из таблицы наименьшим сопротивлением обладает первый резистор.

Шифр

$\sum$

10-Е1. Внутренний объем трубки

№	Пункт разбалловки	Балл	Пр	Ап
1	Идея измерения объема с использованием уравнения состояния идеального газа.	2.0		
2	Идея использования бумажной шкалы для уточнения шкалы шприца.	1.0		
3	Использование одного и того же начального положения поршня шприца, по которому ловится момент сдвига.	2.0		
4	Использование «нулевого» положения в качестве начального для поршня шприца, по которому ловится момент сдвига.	2.0		
5	Для каждого объема V_1 выполнена серия не менее, чем из 3 экспериментов, и в работе присутствуют значения V_2 для каждого эксперимента из серии.	1.0		
6	Количество разных значений V_1. По 0.5 за точку, но не более 3.5.	7 точек по 0.5		
7	Записано уравнение состояния идеального газа.	1.0		
8	Получена расчетная формула, позволяющая определить внутренний объем трубки.	2.0		

	Проверена работоспособность выбранной модели.			
	• **Вариант 1**. Построен линеаризованный график. В этом случае построение графика оценивается в пунктах 9-12. • **Вариант 2**. Объем трубки вычислен для каждого опыта и явным образом указано, что значения получаются примерно равными или при усреднении осуществлен отброс явно выбивающихся значений. В этом случае баллы за пункты 9-12 ставятся в полном объеме. Аналогично оцениваются иные методы, позволяющие подтвердить корректность выбранной модели. • **Вариант 3**. Обработка данных производилась методом МНК. В этом случае баллы за пункты 9-12 НЕ ставятся, так как из МНК нельзя сделать вывод о работоспособности модели. Аналогично оцениваются иные методы, НЕ позволяющие подтвердить корректность выбранной модели.			
9	График: размер и подпись осей	0.5		
10	График: оцифровка осей	0.5		
11	График: нанесение точек	0.5		
12	График: линия графика	0.5		
13	Значение объема в пределах 15% от истинного значения — в пределах 30% от истинного значения	2.5 *1.0*		
14	Оценка погрешности	1.0		

Шифр

$\sum$

10-E2. Серый ящик

№	Пункт разбалловки	Балл	Пр	Ап
1.1	Определено, что наименьшим сопротивлением обладает резистор R_1. Вывод сделан либо из рассчитанных сопротивлений, либо указано, что при подсоединении к точкам А и Б мультиметр показал наименьшее сопротивление среди всех пар точек, откуда следует, что у первого резистора сопротивление наименьшее (доказательство этого факта не требуется)	2.0		
1.2	Предложен реализуемый метод определения сопротивлений всех резисторов с погрешностями менее 50%. — Если метод позволяет определить только сопротивления трех, четырех или пяти резисторов с погрешностями не более 50%, то 2 балла.	4.0 *2.0*		
1.3	Выполнены измерения сопротивлений при разных вариантах подключения (не менее 6)	1.0		
1.4	Выведены формулы для связи измеренного сопротивления с сопротивлениями резисторов внутри «серого ящика» как минимум для 3 разных вариантов подключения.	1.0		
1.5	Получены правильные расчетные формулы для сопротивлений резисторов внутри «серого ящика». — Если формулы получены не для всех резисторов, но не менее, чем для трех, то 1 балл.	3.0 *1.0*		
1.6	Получены значения сопротивлений резисторов, отличающиеся от истинных не более, чем на 7% для резисторов №№ 1, 3, 4 и 5 и не более, чем на 18% для резисторов №№ 2 и 6. По 1 баллу за каждое правильное значение. (Максимум 6 баллов.)	6 точек по 1.0		
1.7	Указана верная схема соединения выводов «серого ящика», позволяющая получить сопротивление (167 ± 5) Ом.	2.0		
1.8	Погрешность корректно оценена.	1.0		

11 класс

Задача №11-Е1. Внутренний объем трубки

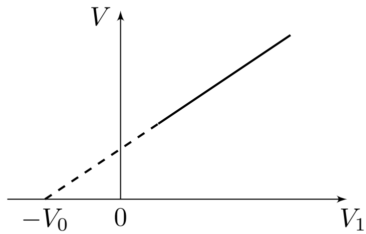
Для начала увеличим точность шкалы шприца объемом 20 мл, для этого приклеим к нему бумажную шкалу, совместив 0 шкалы шприца с основным делением бумажной шкалы. Определим цену деления приклеенной шкалы используя деления 0 и 20 мл на шкале шприца. При дальнейших измерениях будем пользоваться наклеенной шкалой. Выдвинем поршень шприца 20 мл до отметки V_1. Поршень шприца 5 мл вдвинем до упора в крайнее положение. Обратите внимание, что при перемещении поршня этого шприца в крайнее положение ощущается (даже слышен!) легкий толчок («щелчок»). Он объясняется тем, что в этом месте внутренний диаметр шприца на небольшом участке немного увеличен и поршень как бы «фиксируется» в этом положении. Для того, чтобы начать выдвигать поршень из этой точки, необходимо приложить некоторое «избыточное» усилие, которое как следует из дальнейших экспериментов с хорошей точностью является постоянным. Соединим шприцы с помощью прозрачной трубки, плотно надев ее на носик каждого шприца. Начнем плавно вдвигать поршень большого шприца до момента, когда поршень малого шприца под действием избыточного давления в трубке «выскочит» из крайнего положения и тоже придет в движение. Определим объем V_2 большого шприца, при котором это происходит. Пусть поршень в малом шприце приходит в движение при давлении в трубке, превышающем атмосферное давление P_0 на величину ΔP. Тогда по закону Бойля-Мариотта

$$P_0(V_1 + V_0) = (P_0 + \Delta P)(V_2 + V_0).$$

Здесь за V_0 обозначен внутренний объем трубки. После преобразований

$$V_1 - V_2 = \frac{\Delta P}{P_0 + \Delta P}(V_1 + V_0).$$

Если теоретическая модель верна, то при построении графика зависимости величины $\Delta V = V_1 - V_2$ от V_1 мы должны получить линейную зависимость, причем продолжение прямой $\Delta V(V_1)$ будет пересекать ось V_1 в точке $V_1 = -V_0$ (см. рисунок).



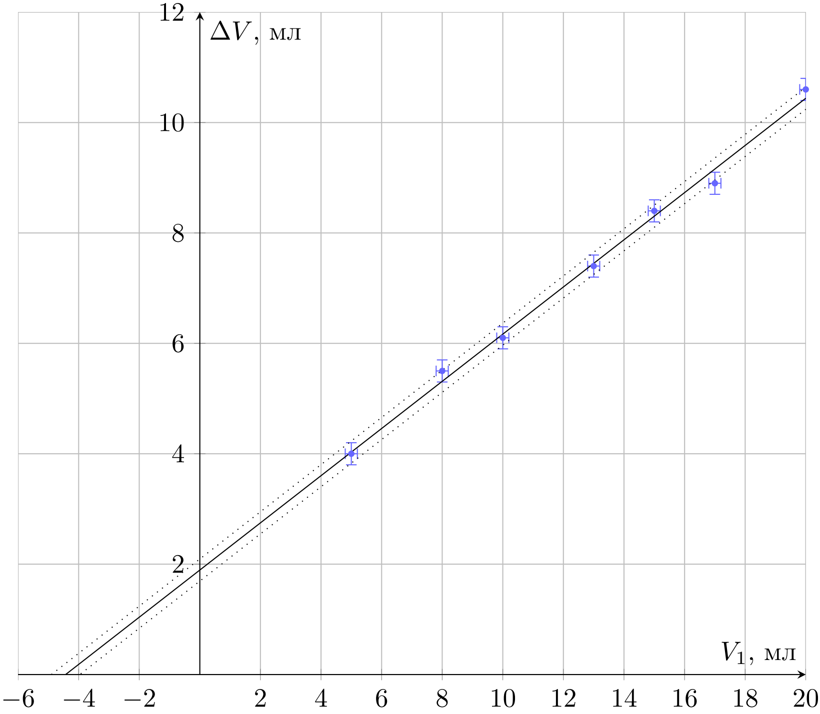
Для повышения точности каждый опыт проведем три раза с последующим усреднением результатов.

$$\Delta V_{\text{ср}} = V_1 - \frac{V_{2_1} + V_{2_2} + V_{2_3}}{3}$$

Экспериментальные данные

V_1, мл	V_{2_1}, мл	V_{2_2}, мл	V_{2_3}, мл	$\Delta V_{\text{ср}}$, мл
20.0	9.5	9.3	9.5	10.6
17.0	8.0	8.2	8.0	8.9
15.0	6.5	6.5	6.7	8.4
13.0	5.7	5.5	5.5	7.4
10.0	4.0	3.7	4.0	6.1
8.0	2.5	2.5	2.5	5.5
5.0	1.0	1.0	1.0	4.0

График $\Delta V_{\text{ср}}(V_1)$.



Продолжение графика до пересечения с осью абсцисс позволяет определить значение $V_0 \approx 4.5$ мл.

Оценим погрешность. Погрешность измерения объема равна цене деления $\Delta_V \approx 0.2$ мл. Из серии измерений видно, что разброс значений укладывается в приборную погрешность, то есть $\Delta_{V\text{приб}} \approx \Delta_{V\text{случ}}$.

Тогда

$$\Delta_{V\text{полн}} = \sqrt{\left(\frac{\Delta_{V\text{приб}}}{3}\right)^2 + \Delta^2_{V\text{случ}}} \approx \Delta_{V\text{приб}} = 0.2 \text{ мл}$$

Для оценки погрешности V_0 проведем две вспомогательные прямые, проходящие через края крестов ошибок и показывающие допустимое отклонение в V_0.

$$\Delta V_0 = \frac{V_{0\text{макс}} - V_{0\text{мин}}}{2} = \frac{5.0 - 3.8}{2} = 0.6 \text{ мл}$$

Окончательный результат $V_0 = (4.5 \pm 0.6)$ мл.

Задача №11-E2. Колебания кольца

В таблице приведены результаты измерений периода колебаний кольца при различных массах груза. В качестве груза использовались гайки, который закреплялись на внутренней поверхности кольца с помощью небольшой полоски скотча.

M8, шт.	M10, шт	m, г	N	t_1, с	t_2, с	t_3, с	t_4, с	t_5, с	$T_{\text{ср}}$, с
1	0	4.5	5	8.84	9.04	9.28	9.06	9.24	1.82
0	1	10.2	5	6.36	6.49	6.57	6.60	6.30	1.29
0	2	20.4	10	9.30	9.50	9.22	9.38	9.42	0.94
0	3	30.6	10	7.77	7.76	7.81	7.81	7.90	0.78
0	4	40.8	10	6.70	6.85	6.87	6.87	6.98	0.69
0	6	61.2	10	5.85	5.62	5.75	5.77	5.78	0.58
0	10	102.0	10	4.75	4.70	4.63	4.72	4.64	0.47

При повороте кольца относительно положения равновесия на угол φ потенциальная энергия груза увеличивается на $\Delta E_{\text{п}} = mgR(1 - \cos\varphi)$. При малых φ $\cos\varphi \approx 1 - \dfrac{\varphi^2}{2}$. Отсюда $\Delta E_{\text{п}} \approx mgR\frac{\varphi^2}{2}$. При малых колебаниях кинетической энергией груза можно пренебречь, так как его скорость составляет величину порядка $R\varphi\dot{\varphi}$, соответственно его кинетическая энергия — величина порядка $\dfrac{mR^2(\varphi\dot{\varphi})^2}{2}$ — много меньше кинетической энергии всего кольца $E_{\text{к}} = MR^2\dot{\varphi}^2$. Закон сохранения энергии при колебаниях

$$MR^2\dot{\varphi}^2 + mgR\frac{\varphi^2}{2} = \text{const}.$$

Отсюда

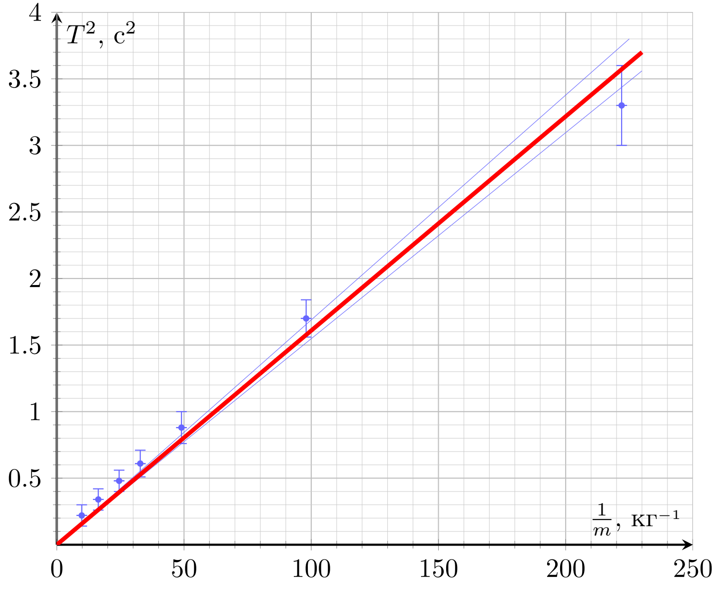
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{2MR}{mg}}.$$

Из полученного в п.2 выражения $T = Am^{-0.5}$, где $A = 2\pi\sqrt{\frac{2MR}{g}}$, после возведения в квадрат получаем

$$T^2 = \frac{8\pi^2 MR}{g} \cdot \frac{1}{m}.$$

При соответствии экспериментальных данных этой теоретической модели зависимость $T^2\left(\frac{1}{m}\right)$ должна быть линейной с угловым коэффициентом $k = \frac{8\pi^2 MR}{g}$. Результаты такой обработки экспериментальных данных представлены в таблице и на графике.

T^2, с^2	3.3	1.7	0.88	0.61	0.48	0.34	0.22
m^{-1}, кг$^{-1}$	222	98	49	32.8	24.5	16.3	9.8



Погрешность определения значения T^2 оценим как $\Delta(T^2) = 2T\Delta T$, где $\Delta T = \sqrt{(\Delta T_{\text{сист}})^2 + (\Delta T_{\text{сл}})^2}$. Величину $\Delta T_{\text{сист}}$ считаем равной $\frac{\Delta t}{N} \approx 0.05$ с (Δt — погрешность определения времени 10 колебаний), случайная погрешность данных много меньше $\Delta T_{\text{сл}} \ll \Delta T_{\text{сист}}$. График зависимости $T^2\left(\frac{1}{m}\right)$ с учетом погрешности T^2 представлен на рисунке. Определенное по графику значение углового коэффициента $k = 0.16 \pm 0.01$ кг·с^2. Отсюда масса пластмассового кольца $M = 36 \pm 2$ г.

Шифр

$\sum$

11-E1. Внутренний объем трубки

№	Пункт разбалловки	Балл	Пр	Ап
1	Идея измерения объема с использованием уравнения состояния идеального газа.	2.0		
2	Идея использования бумажной шкалы для уточнения шкалы шприца.	1.0		
3	Использование одного и того же начального положения поршня шприца, по которому ловится момент сдвига.	2.0		
4	Использование «нулевого» положения в качестве начального для поршня шприца, по которому ловится момент сдвига.	2.0		
5	Для каждого объема V_1 выполнена серия не менее, чем из 3 экспериментов, и в работе присутствуют значения V_2 для каждого эксперимента из серии.	1.0		
6	Количество разных значений V_1. По 0.5 за точку, но не более 3.5.	7 точек по 0.5		
7	Записано уравнение состояния идеального газа.	1.0		
8	Получена расчетная формула, позволяющая определить внутренний объем трубки.	2.0		

	Проверена работоспособность выбранной модели.			
	• **Вариант 1**. Построен линеаризованный график. В этом случае построение графика оценивается в пунктах 9-12. • **Вариант 2**. Объем трубки вычислен для каждого опыта и явным образом указано, что значения получаются примерно равными или при усреднении осуществлен отброс явно выбивающихся значений. В этом случае баллы за пункты 9-12 ставятся в полном объеме. Аналогично оцениваются иные методы, позволяющие подтвердить корректность выбранной модели. • **Вариант 3**. Обработка данных производилась методом МНК. В этом случае баллы за пункты 9-12 НЕ ставятся, так как из МНК нельзя сделать вывод о работоспособности модели. Аналогично оцениваются иные методы, НЕ позволяющие подтвердить корректность выбранной модели.			
9	График: размер и подпись осей	0.5		
10	График: оцифровка осей	0.5		
11	График: нанесение точек	0.5		
12	График: линия графика	0.5		
13	Значение объема в пределах 15% от истинного значения — в пределах 30% от истинного значения	2.5 *1.0*		
14	Оценка погрешности	1.0		

Шифр

$\sum$

11-E2. Колебания кольца

№	Пункт разбалловки	Балл	Пр	Ап
1.1	Экспериментально исследована $T(m)$. Приведена таблица значений. За каждое значение m ставится 0.5 балла (даже при отсутствии повторных измерений). Максимум 2.5 балла	5 точек по 0.5		
1.2	Для каждой из точек проведены повторные измерения (не менее 3). Максимум 2.5 балла	5 точек по 0.5		
2.1	Корректно получена теоретическая формула для периода колебаний $T = 2\pi\sqrt{\frac{2MR}{mg}}$ *Примечание*: Баллы за пункт не ставятся вообще, если метод определения T не корректен, даже если в результате получено похожее на верное выражение. — Если допущена ошибка в численном коэффициенте (например, вместо $\sqrt{\frac{2MR}{mg}}$ получено $\sqrt{\frac{MR}{mg}}$)	5.0 *2.0*		
3.1	Идея графической обработки результатов в виде зависимости $T^2(m^{-1})$ или равноценный ему график зависимости $\ln T(\ln m)$. *Примечание:* Баллы за этот пункт и 4 следующих пункта ставятся только при наличии графика.	2.0		
3.2	График: размер и подпись осей	0.5		
3.3	График: оцифровка осей	0.5		
3.4	График: нанесение точек	0.5		
3.5	График: линия графика	0.5		
4.1	При корректном использовании построенного графика через значение углового коэффициента для зависимости $T^2(m^{-1})$ или через значение $\ln A$ при логарифмической обработке ($A = 2\pi\sqrt{2MR/g}$), определена масса кольца. Ответ без учета погрешности попадает в диапазон $M \pm 0.1M$ — Ответ без учета погрешности попадает в диапазон $M \pm 0.15M$ — Ответ без учета погрешности попадает в диапазон $M \pm 0.2M$ — При корректном подходе, однако результат не попадает в указанные диапазоны из-за некачественных экспериментальных данных или некачественной об-работке — 1 балл	4.0 *3.0* *2.0* *1.0*		

4.2	Корректная оценка систематической и случайной погрешности при определении T для конкретных значений m	1.0		
4.3	Корректная оценка погрешности при определении M (например, при использовании графика) *Примечание*: Баллы за пункт ставятся только при наличии результатов, оцениваемых в п. 4.2	1.0		